

正定義數值方法的探討

郭鴻基¹

柳再明²

¹ 國立臺灣大學大氣科學系

² 中央氣象局氣象資訊中心

(中華民國八十二年十月十二日收稿；中華民國八十二年十二月二日定稿)

摘 要

本文研究是屬於數值天氣預報，或大氣理論模擬研究中，特殊數值方法之探討。文中著重 Smolarkiewicz 及 Hsu-Arakawa 正定義方法基本特性之討論。這些正定義數值方法可以保證平流計算之正(反)物理場，恆保持正(負)值。同時正定義計算方法可以有良好的質量保守，物理場向下游傳送，不受遠場影響之特性。

我們以高斯波、正弦波以及方形波等不同數學特質之一維平流，探討正定義法的精確度(收斂速度)、極大值之衰減、均方根誤差、穩定度。測試正弦波、高斯波結果顯示 Smolarkiewicz(1983) 低階法(SML)的相位有明顯往上游方向偏移，而且 SML 其校正步驟的反覆次數至多兩次即可。Smolarkiewicz 高階法(SMH)則產生有正確的相位，在兩次校正後的振幅強度衰減很小(繞一圈 320 時距後，維持原極大值之 93%)。Hsu 和 Arakawa (1990) 方法的相位也十分準確，振幅的衰減程度(約原極大值之 86.5%)比 SML 經二次校正(約原極值之 80%)為優。Smolarkiewicz 混合階法(SMM)和 SMH 的結果幾乎相同。因 SMM 計算項數較少，所以我們認為 SMM 是可用於氣象預報模式高精確度、高效率的正定義方法。在方形波的平流探討中，Hsu-Arakawa 及 Smolarkiewicz 法皆產生似合理之值，但此二方法都不具效率性。為比較起見，本文亦包括上游法，二階中差分法(FD2)及四階空間二階時間中差分法(FD4)之比較。

關鍵詞：平流方程、正定義方法、反擴散

一、前 言

在計算流力的許多領域中，適合平流方程的數值方法是十分的重要，對大氣科學而言亦不例外；國外探討平流計算之文章不勝枚舉，詳細可見 Rood (1987) 之文，在國內郭鴻基等(1990) 探討了二次及四次中差分法應用交錯網格之平流問題，以及一些正定義計算方法。平流計算法在於數值天氣預報或雲模式之水氣傳送，平衡動力模式之位渦傳送，以及化學模式之傳送都有極大應用性。在大氣科學中，污染物、水汽、位渦等之平流，因其物理量牽涉較強梯度及較小尺度，以目前一般大氣模式仍常用之計算方法處理上述平流，會使本應正值之物理場產生不合理之負值；這在梯度強的地方尤其明顯。因為這些不合理負值，會使模式產生不穩定，而人為程式