

半拉格朗日法與正定義數值方法之比較

柳再明¹ 郭鴻基²

¹ 中央氣象局氣象資訊中心

² 國立台灣大學大氣科學系

(中華民國八十三年十一月二十九日收稿；中華民國八十四年三月二十一日定稿)

摘要

本文以高斯波形、餘弦波及幣形圓柱三種不同形體的平流計算，來探討比較半拉格朗日法 (semi-Lagrangian scheme)、及 Smolarkiewicz 法與 Hsu-Arakawa 法兩種正定義法。研究結果顯示，半拉格朗日法積分時距大小的選擇，不受限於穩定度，只受限於精確度及軌跡線上的風切大小。若半拉格朗日法使用的時距愈大，相位誤差愈大，而時距過小則因內插次數過多，精確度也會降低。因此定出最適當的時距以達最佳精確度，是使用半拉格朗日法重要的事情之一。經前述三種不同性質之形體的平流探討，半拉格朗日法振幅的維持，大致上比 Smolarkiewicz 法與 Hsu-Arakawa 法之正定義方法，及 FD4 都要好。不過對幣形圓柱之平流，半拉格朗日法有過量 (overshoot) 及負值 (undershoot) 的現象，大小可達 10% 以上，然而 FD4 完全不能掌握幣形圓柱的平流，而兩種正定義方法皆有合理表現。

關鍵詞：半拉格朗日法、正定義法、幣形圓柱

一、前言

在大氣模式 (NWP、GCM、雲模式) 的計算中，模式積分時距大小的選擇，非因精確度的需求，而往往受限於含極少能量之高速波動 (如聲波、Lamb 波等)，也就是說 Δt 受限於穩定度 (CFL) 而過小；此為長久以來一直困擾大氣模式效率的問題之一。為了積分過程保持穩定，時距必須用的很小，因此來自時間的誤差遠小於來自空間的誤差。所以要設計一個很有效率的天氣預報模式，時間積分方法的選定是極其重要的。以數值天氣預報而言，早期的大氣模式使用顯式跳蛙 (explicit leapfrog) 法，其時距大小受重力波的傳播速度所限制 (一般而言，重力波無關乎預報之綜觀天氣系統)，十分沒有效率。以半隱式 (semi-implicit) 的方法處理有關重力波的各線性項，可以放大時距的大小至 6 倍，且除了須額外解一橢圓方程的計算花費外，這種